PART3　三角比の相互関係

例題

θ は鋭角とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=2$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。

Point Pickup

練習

θ は鋭角とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。

第 9 講　PART3　確認問題

1　θ は鋭角とする。$\cos\theta=\dfrac{5}{6}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{\boxed{アイ}}}{\boxed{ウ}},\quad \tan\theta=\frac{\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$$

2　θ は鋭角とする。$\tan\theta=\dfrac{2}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。

$$\cos\theta=\frac{\boxed{キ}}{\sqrt{\boxed{クケ}}},\quad \sin\theta=\frac{\boxed{コ}}{\sqrt{\boxed{サシ}}}$$

PART3　三角比の相互関係

例題

θ は鋭角とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=2$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(1)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$$

θ は鋭角より，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1}{3}\div\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

(2)　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ であるから

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+2^2=5 \qquad \cos^2\theta=\frac{1}{5}$$

θ は鋭角より，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=2\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

練習

θ は鋭角とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(1)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから

$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$$

θ は鋭角より，$\sin\theta>0$ であるから

$$\sin\theta=\sqrt{\frac{7}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\sqrt{7}}{4}\div\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{\sqrt{7}}{3}$$

(2)　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ であるから

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{13}{9}\qquad \cos^2\theta=\frac{9}{13}$$

θ は鋭角より，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{9}{13}}=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

第 9 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：11，ウ：6，エオ：11，カ：5

[解説]

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ であるから [A]

$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{11}{36}$$

θ は鋭角より，$\sin\theta>0$ であるから

$$\sin\theta=\sqrt{\frac{11}{36}}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{11}}{6}}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\sqrt{11}}{6}\div\frac{5}{6}=\frac{\sqrt{11}}{6}\times\frac{6}{5}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{11}}{5}}$$ [A]

[A]　三角比の相互関係

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

2

[正解] キ：5，クケ：29，コ：2，サシ：29

[解説]

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ であるから [B]

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{29}{25}$$

$$\cos^2\theta=\frac{25}{29}$$

θ は鋭角より，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\boldsymbol{\frac{5}{\sqrt{29}}}$$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より [B]

$$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{\sqrt{29}}=\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{29}}}$$

[B]　三角比の相互関係

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$